

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М. В. ЛОМОНОСОВА  
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

# Магнитное поле тёмной материи

Курсовая работа студентки 2 курса 202 группы  
Крюковой Екатерины Андреевны

Научный руководитель:  
член-корр. РАН, доктор физ.-мат. наук, профессор  
Горбунов Дмитрий Сергеевич



# Постановка задачи

---

- ▶ Оценить величину зеркального магнитного поля в галактиках
- ▶ Механизмы генерации и роста магнитных полей
  - ▶ Первичное космологическое магнитное поле
  - ▶ Силы не э/м природы – принцип работы батареи
  - ▶ Динамо-эффект



# Механизм Гаррисона (РД-стадия)

- ▶ Область пространства на РД-стадии претерпевает расширение и обладает угловым моментом
  - ▶ Расширение  $\rho a^3 = \text{const}$      $\rho_\gamma a^4 = \text{const}$
  - ▶ Если фотоны, ионы, электроны не взаимодействуют:  
 $\rho \omega a^5 = \text{const}$      $\rho_\gamma \omega_\gamma a^5 = \text{const}$
  - ▶  $\omega \sim a^{-2}$ ,  $\omega_\gamma \sim a^{-1}$
  - ▶ учёт томсоновского рассеяния  $\longrightarrow$  положительно заряженный газ ионов  $\rho$ , электронно-фотонный газ  $\rho_\gamma$
  - ▶  $B = -\frac{2m_H c}{e} \left(1 - \frac{T}{T_1}\right) \omega$     начало:  $m_e c^2 = kT_1$   
конец:  $\rho \sim \rho_\gamma$
  - ▶ Угловая скорость  $\omega \simeq \omega_\gamma$
- ▶  $\chi_\gamma \simeq \frac{\omega_\gamma^2}{\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2} = \frac{3\omega_\gamma^2}{8\pi G \rho_{rad}} \sim 1$      $\omega \simeq \sqrt{\frac{8\pi G \rho_{rad}}{3}}$

# Генерация магнитных полей на РД-стадии для зеркального мира

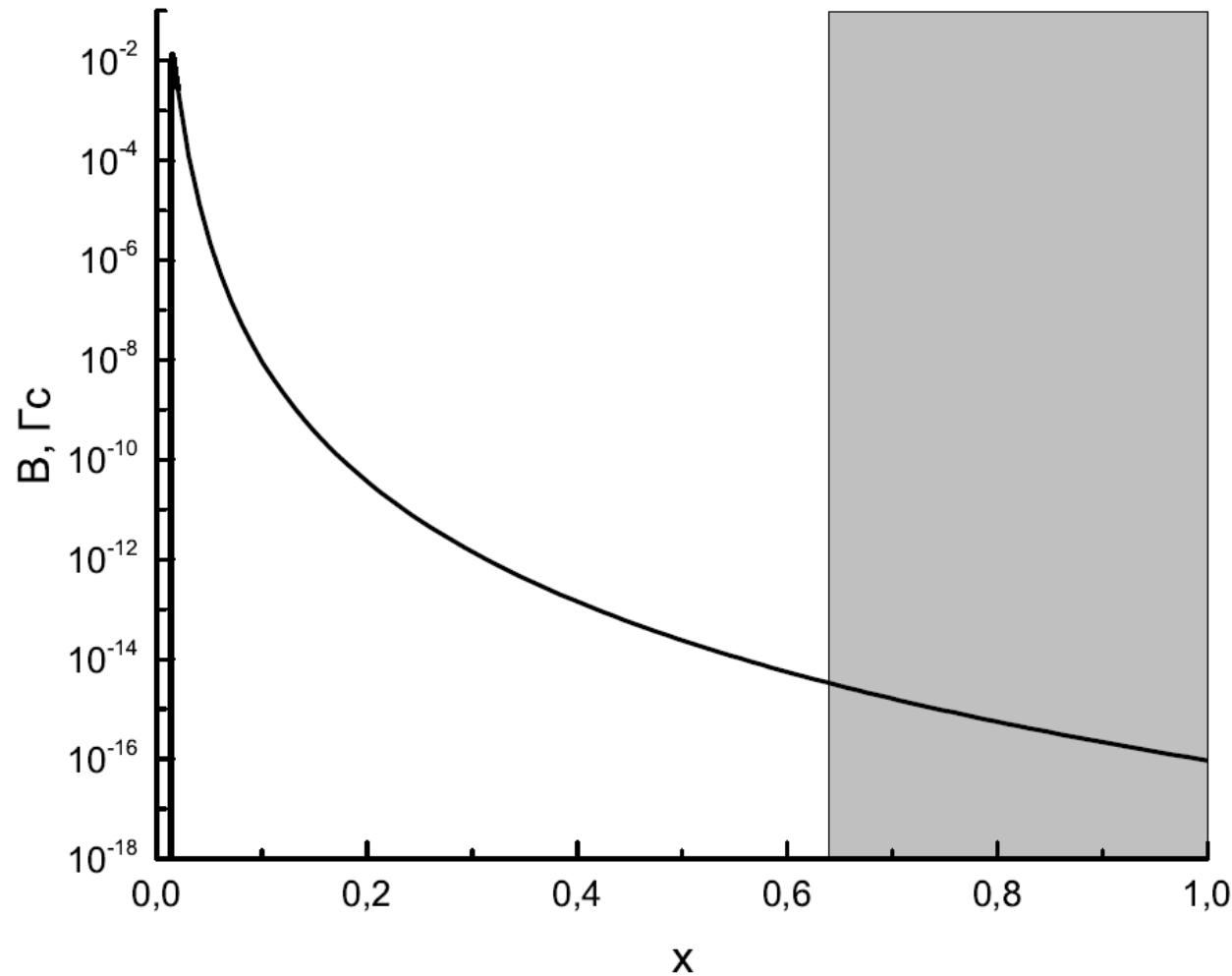
$$B' = -\frac{2m_H c}{e} \left(1 - \frac{T'}{T'_1}\right) \omega'$$

- ▶ Начало:  $m_e c^2 = kT'_1$
- ▶ Конец:  $\rho_d = \rho'_\gamma \quad \Omega_d \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 = \Omega'_\gamma \left(\frac{a_0}{a}\right)^4$
- ▶ Плотность энергии излучения:  $\rho_{rad} \sim T^4 \rightarrow \frac{\rho'_\gamma}{\rho_\gamma} = x^4, \quad \frac{\Omega'_\gamma}{\Omega_\gamma} = x^4$
- ▶ Момент завершения генерации  
$$\frac{a_0}{a} = \frac{\Omega_d h^2}{\Omega'_\gamma h^2} = \frac{0.119}{2.5 \times 10^{-5} x^4} = 4760 x^{-4} = \frac{T'}{T'_0}$$
- ▶ Ограничение на  $x$   
 $T'_1 \geq T' \quad x > 0.013$
- ▶ Угловая скорость  $\omega' \simeq \sqrt{\frac{8\pi G \rho_{rad} (1 + x^4)}{3}}$

$$B' = -9.4 \times 10^{-17} x^{-8} (1 - 2.2 \times 10^{-6} x^{-3}) \text{ Гс}$$



# Генерация магнитных полей на РД-стадии для зеркального мира. Результаты расчётов



# Усиление первичного поля в пострекомбинационный период

---

- ▶ Из уравнения движения е и уравнений Максвелла

$$\frac{1}{a^2} \frac{d}{dt} a^2 \alpha \mathbf{B} = \frac{2}{\tau_{e\gamma}} \boldsymbol{\omega}$$
$$\alpha = \frac{e}{m_e c}, \quad \frac{1}{\tau_{e\gamma}} = \frac{4\sigma_T \rho_\gamma c}{3m_e}$$

- ▶ Величина индукции магнитного поля

$$\mathbf{B}(t) = \frac{1}{\alpha a^2(t)} \left( \int_{t_r}^t \frac{2a^2 \boldsymbol{\omega}}{\tau_{e\gamma}} dt + (a^2 \alpha \mathbf{B})|_{t=t_r} \right)$$

- ▶ Начало – отделение вещества от излучения
- ▶ Конец – образование неоднородности



# Рост магнитного поля после рекомбинации в зеркальном мире

---

## ▶ Уравнение Фридмана

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_c \left( (\Omega_b + \Omega_d) \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + (\Omega_{rad} + \Omega'_{rad}) \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 + \Omega_\Lambda \right)$$

## ▶ Красное смещение z

$$\frac{a_0}{a} = 1 + z$$

---

## Характерные моменты времени

## ▶ Равенство плотностей энергии материи и излучения

$$\Omega_m = \Omega_b + \Omega_d$$

$$\Omega_m \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 = \Omega_r \left(\frac{a_0}{a}\right)^4$$

$$\Omega_r = \Omega_{rad} + \Omega'_{rad}$$

$$1 + z_{eq} = \frac{\Omega_m h^2}{\Omega_r h^2} = \frac{0.141}{4.2 \times 10^{-5} (1 + x^4)} = \frac{3360}{1 + x^4}$$

## ▶ Отделение фотонов от вещества

$$1 + z'_{dec} = \frac{a_0}{a'_{dec}} = \frac{T'_{dec}}{T'_0} \simeq \frac{T_{dec}}{x T_0} = x^{-1} (1 + z_{dec}) \simeq 1100 x^{-1}$$



# Рост магнитного поля после рекомбинации в зеркальном мире

---

- ▶  $a_r < a_{eq}$  при  $x < 0.33$
- ▶ при  $x < 0.33$  механизм протекает последовательно через РД- и МД- стадии, а при  $x > 0.33$  усиление поля происходит только на МД-стадии
- ▶ Образование неоднородности

$$\mathbf{B}'(t) = \frac{1}{\alpha a^2(t_*)} \left( \int_{t_r}^{t_*} \frac{2a^2 \boldsymbol{\omega}'}{\tau'_{e\gamma}} dt + (a^2 \alpha \mathbf{B}')|_{t=t_r} \right)$$

- ▶ Размер неоднородности

$$M = \frac{4\pi}{3} R^3 \rho_{m0}$$

Формализм  
Пресса-Шехтера

- ▶ Дисперсия сглаженного контраста

$$\sigma_R^2(z) \simeq \frac{1}{(1+z)^2} \left( 0.57 \ln^2 \left( \frac{26 \text{ Мпк}}{R} \times 1.57 \right) + \frac{1}{3} \ln^3 \left( \frac{26 \text{ Мпк}}{R} \right) + 1.4 \right)$$



# Рост магнитного поля после рекомбинации в зеркальном мире

## ▶ Время образования протогалактики

$$\dot{a}^2 = H_0^2 \left( \frac{\Omega_m a_0^3}{a} + \Omega_\Lambda a^2 \right)$$
$$t_* = \frac{2}{3\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0} \text{Arsh} \sqrt{\frac{\Omega_\Lambda}{\Omega_m} \left( \frac{a_*}{a_0} \right)^3}$$

## ▶ Зеркальное магнитное поле при $x < 0.33$

$$\mathbf{B}'(t) = \frac{1}{\alpha a_*^2} \left( \int_{t_r}^{t_{eq}} + \int_{t_{eq}}^{t_*} \right) \frac{2a^2 \omega'}{\tau'_{e\gamma}} dt + \left( \frac{a_I}{a_*} \right)^2 \mathbf{B}_I = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2 + \left( \frac{a_I}{a_*} \right)^2 \mathbf{B}_I$$

Для  $t_r < t < t_{eq}$ :  $t = a^2 \cdot const$

для  $t_{eq} < t < t_*$ :  $t = a^{3/2} \cdot const$



# Рост магнитного поля после рекомбинации в зеркальном мире

---

$$B_1 = \frac{8\sigma_T c^2}{3e} \rho_{\gamma 0} x^4 \omega'_* t_* \left( \frac{a_0}{a_*} \right)^{3/2} \left( \left( \frac{a_0}{a_r} \right)^2 \left( \frac{a_0}{a_{eq}} \right)^{1/2} - \left( \frac{a_0}{a_{eq}} \right)^{5/2} \right)$$

$$B_2 = \frac{8\sigma_T c^2}{5e} \rho_{\gamma 0} x^4 \omega'_* t_* \left( \frac{a_0}{a_*} \right)^{3/2} \left( \left( \frac{a_0}{a_{eq}} \right)^{5/2} - \left( \frac{a_0}{a_*} \right)^{5/2} \right)$$

► **M33:**  $v' = 180 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1}$      $M' = 6 \times 10^{10} M_\odot$ ,  $R_{g0} = 17 \text{ кпк}$ ,

$$a_0/a_* = 10.3$$

$$\omega'_* = 6.0 \times 10^{-16} \text{ с}^{-1}$$

$$t_* = 1.6 \times 10^{16} \text{ с}$$

$$B_{II} = ((3.3x^2 - 12x^4) \times 10^{-17} - 4.4 \times 10^{-22}) \Gamma \text{с}$$



# Рост магнитного поля после рекомбинации в зеркальном мире

---

- ▶ Зеркальное магнитное поле при  $x > 0.33$

$$\mathbf{B}'(t) = \frac{1}{\alpha a_*^2} \int_{t_r}^{t_*} \frac{2a^2 \omega'}{\tau'_{e\gamma}} dt + \left(\frac{a_I}{a_*}\right)^2 \mathbf{B}_I = \mathbf{B}_3 + \left(\frac{a_I}{a_*}\right)^2 \mathbf{B}_I.$$

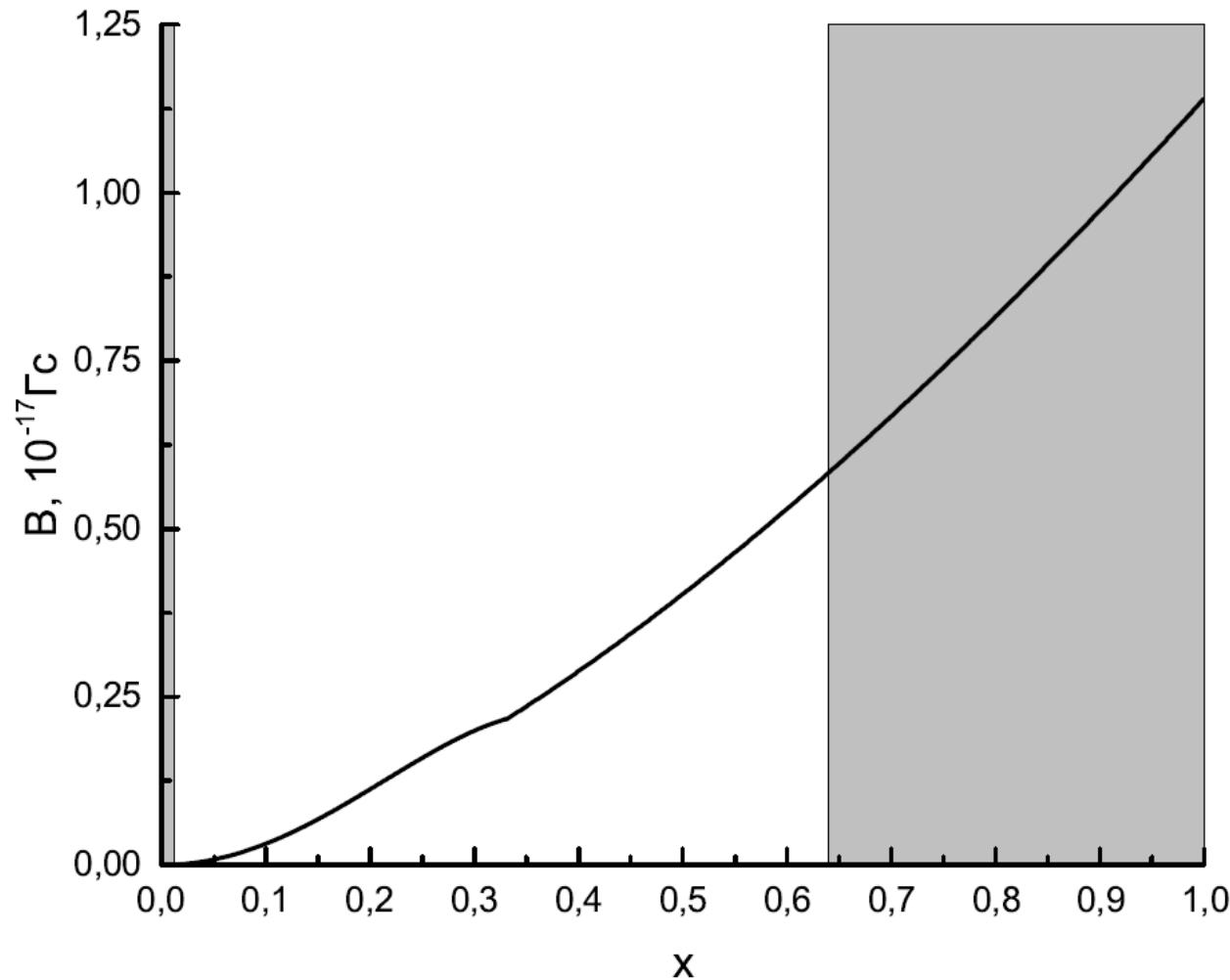
$$B_3 = \frac{8\sigma_T c^2}{5e} \rho_{\gamma 0} x^4 \omega'_* t_* \left(\frac{a_0}{a_*}\right)^{3/2} \left(\left(\frac{a_0}{a_r}\right)^{5/2} - \left(\frac{a_0}{a_*}\right)^{5/2}\right)$$

- ▶ М33:

$$B_{II} = (1.1x^{3/2} \times 10^{-17} - 9.7x^4 \times 10^{-23} - 9.7 \times 10^{-23}) \text{Гс}$$

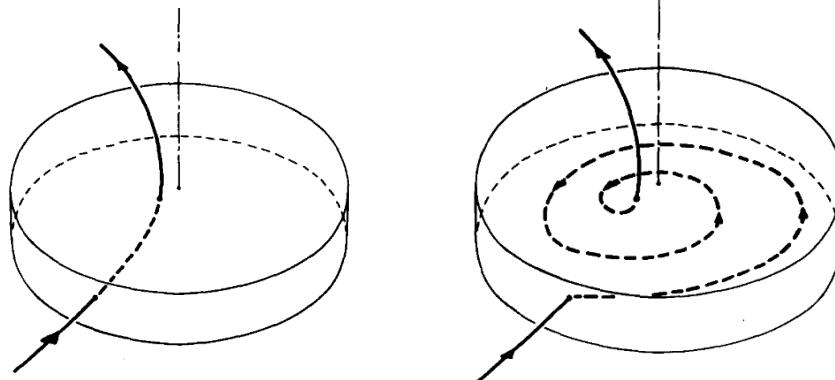


# Рост магнитного поля после рекомбинации в зеркальном мире. Результаты расчётов

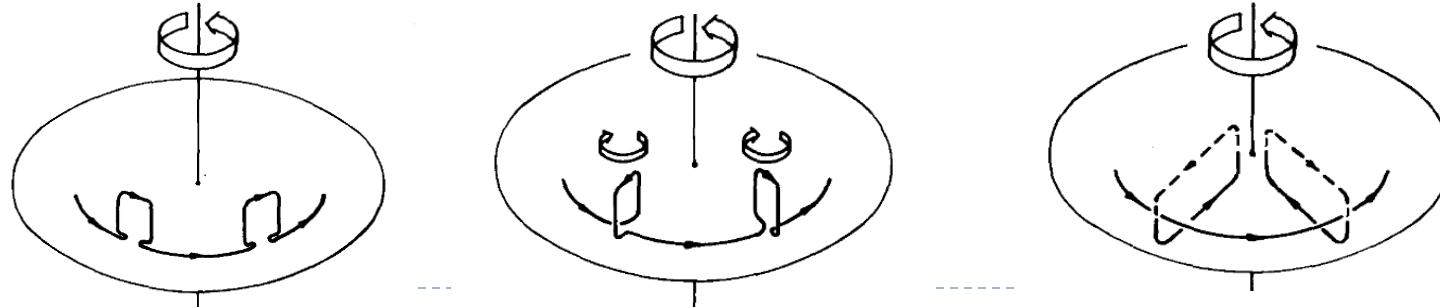


# Эффект динамо

- ▶ Магнитное поле в галактиках заморожено в межзвездный газ
- ▶ Образование магнитного поля при дифференциальном вращении



- ▶ Тройное движение способствует образованию магнитного поля в диске



# Эффект динамо

---

- ▶ Уравнение магнитной индукции

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = \text{rot } \mathbf{v} \times \mathbf{H} + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \Delta \mathbf{H}$$

- ▶ Среднее значение поля на крупных масштабах

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot} (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) + \text{rot} \alpha \mathbf{B} - \text{rot} (\beta \text{rot} \mathbf{B})$$

- ▶ экспоненциальный рост поля со временем

- ▶ Насыщение

$$\frac{\rho v^2}{2} = \frac{\tilde{B}^2}{8\pi},$$

$$B_{eq} = \tilde{B} \sqrt{\frac{D_d}{D_{cr}} - 1},$$



# Динамо-усиление зеркального магнитного поля

---

- ▶ Магнитное число Рейнольдса – критерий вмороженности поля

$$\text{Re}_m = \frac{ul \cdot 4\pi\sigma}{c^2} \quad u' = 20 \text{ км/с}$$
$$l' = 200 \text{ пк}$$

---

## Усиление поля на малых масштабах

- ▶ Насыщение:  $b' = u' \sqrt{4\pi\rho_d} = 5.0 \times 10^{-5} \text{ Гс}$
- ▶ Рост поля:  $B' = B'_0 e^{t/\tau_s}$ 
$$\tau_s = l'/u' = 3.1 \times 10^{14} \text{ сек}$$
$$t_1 = \tau_s \ln \frac{b'}{B'_0} = 9 \times 10^{15} \text{ сек} = 3 \times 10^8 \text{ лет}$$



# Усиление поля на масштабах галактики

- ▶ Усреднение мелкомасштабных полей по N ячейкам турбулентности

М33:

$$B' = b' N^{-1/2}$$

$$B' = b' \left( \frac{l'}{R} \right)^{3/2} = 6.4 \times 10^{-8} \text{ Гс}$$

- ▶ Дальнейшее усиление до значения

$$B'_{eq} = u' \sqrt{4\pi\rho_d} \sqrt{\frac{9}{D_{cr}} \left( \frac{R\Omega}{u'} \right)^2 - 1} = 6.0 \times 10^{-5} \text{ Гс}$$

- ▶ Характерное время усиления:

$$\tau_l = \frac{3}{9^{2/3}} \left( \frac{u'}{R\Omega} \right)^{1/3} \frac{R}{\Omega l'} = 8.4 \times 10^{13} \text{ сек}$$

- ▶ Время роста поля:

$$t_2 = \tau_l \ln \frac{B'_{eq}}{B'} = 6 \times 10^{14} \text{ сек} = 2 \times 10^7 \text{ лет.}$$

# Итоги

---

- ▶ Использованы три механизма усиления и генерации магнитных полей
  - ▶ Получена величина зеркального магнитного поля в различные моменты эволюции Вселенной в зависимости от отношения температур зеркального и обычного мира
  - ▶ В конце РД-стадии величина зеркального магнитного поля в зависимости от параметра  $x$  может изменяться в широких пределах от  $10^{-2}$  до  $10^{-14}$  Гс
  - ▶ К моменту образования галактик ( $z = 10$ ) зеркальное магнитное поле для галактики средних размеров (M33) оказывается порядка  $10^{-17}$  Гс
  - ▶ Современное значение величины зеркального магнитного поля для M33 примерно в 60 раз превышает величину галактического магнитного поля и составляет  $6.0 \cdot 10^{-5}$  Гс
-